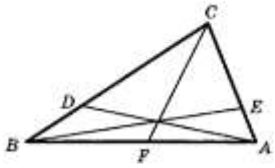
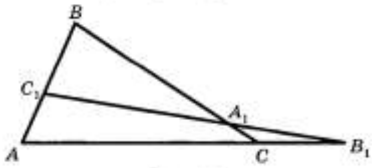
Геометрия. Теоремы Чевы и Менелая.

Теорема Чевы. Для того чтобы прямые BE, AD и CF пересекались а одной точке, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство $\frac{BD}{CD} \cdot \frac{CE}{AE} \cdot \frac{AF}{BF} = 1$.



Утверждение. Отношение площадей двух треугольников с общей вершиной и основаниями, лежащими на одной прямой, равно отношению длин этих оснований.

Теорема Менелая. Если на сторонах BC, AB и продолжении стороны AC треугольника ABC за точку C отмечены, соответственно точки A_1, C_1, и B_1, лежащие на одной прямой, то $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A_1} = 1$.



Задачи тематического задания «Теоремы Чевы и Менелая»

1. На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $AM:MB = 1:4$, $AN:NC = 5:4$. Прямая MN пересекает продолжение стороны BC в точке F. Найдите $CF:BC$.
2. В треугольнике ABC точки M, N, K лежат на сторонах BC, AC, AB соответственно. Найдите площадь S треугольника CNO, если площадь треугольника ABC равна 60 и $AK:KB=3:4$, $BM:MC=1:3$.
3. В треугольнике ABC точки A_1, B_1 лежат соответственно на сторонах BC и AC. P − точка пересечения отрезков AA_1 и BB_1, причем $AB_1 : B_1C = 7:8$, $CA_1 : A_1B = 4:3$. Найдите отношение $BP : PB_1$.
4. Точки B_1 и C_1 лежат на сторонах соответственно AC и AB треугольника ABC, причём $AB_1:B_1C = AC_1:C_1B$. Прямые BB_1 и CC_1 пересекаются в точке O.

   а) Докажите, что прямая AO делит пополам сторону BC.

   б) Найдите отношение площади четырёхугольника AB_1OC_1 к площади треугольника ABC, если известно, что $AB_1:B_1C = 1 : 3$. (ЕГЭ-2016)